

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение  
Иловлинская средняя общеобразовательная школа № 2  
Иловлинского района Волгоградской области

Рассмотрено  
На заседании методического объединения  
Протокол № 1 от 28.08.2020 года  
Руководитель МО Глазкова Т.П. Глазкова Т.П.



Утверждено  
Директор школы Канищева В.И.  
«28» август 2020 года  
Приказ № 258 от «28» 08. 2020 г.

Согласовано  
зам. директора по УВР Исаева В.В.

## ПРОГРАММА

элективного курса по математике  
для учащихся 11 классов средней школы в рамках  
подготовки к ЕГЭ

### Финансовая математика на ЕГЭ

**Разработчик:** учитель математики  
высшей квалификационной категории  
МБОУ Иловлинской СОШ № 2  
**Глазкова Таиса Петровна**

**Всего аудиторных занятий:** 17 часов  
В том числе практических -- 15 часов  
Формы контроля: самооценка, взаимооценка, тестирование, защита решения

**Июля 2020**

## **Цель курса:**

Создать условия для формирования и развития у учащихся повышенной математической подготовки, достаточной для активного использования знаний модулей «Алгебра», «Геометрия», «Арифметика» во время экзамена по математике и дальнейшего обучения. Повысить вероятность получения более высокого балла при сдаче экзамена по математике в форме ЕГЭ.

## **Задачи:**

1. Расширить и углубить математические знания учащихся по решению задач экономического содержания, не входящих в УМК выпускника средней школы. Изучить возможные способы и алгоритмы решения заданий указанной направленности.
2. Сформировать навык решения экономических задач различных типов различными способами. Расширить спектр решаемых задач.
3. Помочь ученику в выборе профиля дальнейшего образования, дать возможность проявить себя в математике и добиться успеха. Раскрыть перед учеником красоту и стройность изложения научных познаний. Помочь преодолеть психологический барьер, не дающий разглядеть за сухими правилами и формами «скучной и трудной науки» живое содержание и разнообразие идей. Психологически подготовить учащегося к сдаче ЕГЭ
4. Воспитать потребность заниматься учебной деятельностью.

## **Предполагаемый результат:**

- развитие математических и коммуникативных умений,
- личностного роста и профессионального самоопределения,
- выбор профиля обучения в высшей школе,
- социализация учащихся.

## **Учащиеся после окончания изучения курса должны:**

- уметь правильно применять изученную терминологию, владеть широким спектром приемов и способов рассуждений;
- иметь представление об области применения математических знаний, полученных на элективном курсе;
- уметь определять тип задания и правильно применять выбранный алгоритм решения;
- владеть практическими навыками применения математических знаний при решении конкретных задач, уверенно владеть формально-оперативным математическим аппаратом;
- уметь уверенно решить практико - ориентированные задачи, включающие в себя знания из разных тем курса;
- уметь математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

При изучении данного курса предполагаются следующие **формы и методы работы с учащимися**: фронтальная работа по актуализации знаний учащихся, лекция, мозговой штурм и эвристическая беседа занятий по формированию новых алгоритмов и способов решения, занятия в группах малого состава, коммуникативные методы (обсуждение, дискуссия, круглый стол, генерация идей), индивидуальные консультации, выполнение тренировочных, проверочных, исследовательских и творческих заданий. Проектная деятельность.

## **Пояснительная записка**

Впервые экономические задачи на ЕГЭ появились в 2015 году. Следует сказать, что экономической её сначала называли не все, даже в демоверсии 2015 года есть формулировка "с экономическим содержанием". В 2015 году эта задача была под номером 19, с 2016 года, задача обрела номер 17. Максимальный балл, возможный за решение данных задач – это 3, допущенная вычислительная ошибка снизит результат до 2-х баллов.

Приоритетными направлениями познавательной деятельности учебного процесса стали:

- системно-деятельностный подход;
- переход от изучения теоретических терминов к практическому применению решения задач;
- развитие метапредметных связей;
- умение пользоваться справочной информацией;
- эффективная работа с информацией.

Курс «Финансовая математика» предполагает решение четырёх типов задач:

- Задачи на погашение кредита по таблице;
- Задачи на аннуитентные платежи по кредитам;
- Задачи на дифференцированные платежи по кредитам;
- Задачи на смешанное погашение кредита

При решении задач такого типа очень важно внимательно прочитать условие, не упустив важные факты и суть поставленного вопроса, применять известные формулы, составлять буквенные выражения, отражающие финансовые процессы, проводить преобразования полученных выражений, уметь решать задачи в общем виде.

Элективный курс для подготовки учащихся 11-х классов к успешной сдаче ЕГЭ посвящен одной из важных проблем профильного уровня выпускника средней школы – решение практико – ориентированных задач экзамена, большая часть которых отсутствует в учебнике.

Широко применяется метод аналогии и сравнительного анализа. При направляющей роли учителя школьники могут самостоятельно сформулировать новые для них свойства и способы решения. Организация учебных занятий располагает к самостоятельному поиску решений и повышению интереса к изучению предмета. Групповые формы работы с учебной литературой, разработка проектов одной задачи, способствуют развитию коммуникативных способов решения поставленных учебных задач. Целесообразно проводить 2-х часовые занятия, предоставляя возможность учащимся осмысливать новые условия учебной деятельности и алгоритмы решения, развивать математическую интуицию и получать удовольствие от творческого решения.

Программа содержит четыре блока задач, связанных единой идеей ЕГЭ, в тоже время они построены по модульному принципу. Педагог, в зависимости от уровня математической подготовки группы и их образовательных потребностей, может использовать все блоки или любые из четырёх предложенных в той или иной мере.

Задания каждого блока направлены на формирование, развитие и проверку таких качеств математической подготовки выпускников, как:

- уверенное владение формально-оперативным математическим аппаратом;
- умение решить комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса математики;
- умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования;
- владение широким спектром приемов и способов рассуждений.

Практика показывает, что с большей пользой проходят занятия «общения», на которых еще раз разбираются важные, применяемые способы решения, изученные на предыдущих занятиях. На таких уроках каждый ученик побывает в роли учителя и ученика и оценит свой ответ и ответ соседа по группе.

### Учебно-тематический план элективного курса «Финансовая математика на ЕГЭ»

№ п. п	Наименование темы	Кол-во часов			В том числе			Форма контро ля
		всего	теория	практик	семинар	практик	Защита решений	
1.	<b>Раздел 1. Задачи на погашение кредита по таблице</b> Табличное задание долга или условий начисления процентов (Дата, долг (в процентах от кредита))	<b>3</b>		3		2	1	Взаимо оценка учащи хся
2.	<b>Раздел 2. «Задачи на аннуитетные платежи по кредитам»</b> 1. Не известна процентная ставка 2. Не известна сумма платежа 3. Не известен срок кредитования 4. Не известна сумма кредита	<b>4</b>	1	3	1	2	1	Взаимо оценка учащи хся
3.	<b>Раздел 3. «Задачи на дифференцированные платежи по кредитам»</b> Известна сумма кредита. Условие первого дня (месяца, года), второго дня (месяца, года), полного дня (месяца, года)	<b>4</b>	0,5	3,5	0,5	2,5	1	Взаимо оценка учащи хся
4.	<b>Раздел 4. «Задачи на смешанное погашение кредита»</b> Решение задач «по-детски», «по-взрослому»	<b>4</b>	0,5	3,5	0,5	2,5	1	Взаимо оценка учащих ся
5.	<b>Решение вариантов ЕГЭ</b>	<b>2</b>		2		2		Письме нная проверк а знаний
<b>Итог</b>		<b>17</b>	2	15	2	11	4	

## Содержание программы.

### Раздел 1. Задачи на погашение кредита по таблице

Примеры задач табличного задания долга или условий начисления процентов

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  – целое число;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

2. 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  – целое число;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
  - 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

### Раздел 2. «Задачи на аннуитетные платежи по кредитам»

#### Образцы задач

#### 1. НЕ ИЗВЕСТНА ПРОЦЕНТНАЯ СТАВКА.

31 декабря 2017 года Родион взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая-

31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на  $a$  %), затем Родион переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 1 464 100 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 2 674 100 рублей, то за 2 года. Под какой процент Родион взял кредит в банке?

#### 2. НЕ ИЗВЕСТНА СУММА ПЛАТЕЖА.

31 декабря 2017 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% процент годовых. Схема выплаты кредита следующая-31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5 %), затем, Алексей переводит в банк  $X$  рублей. Какой должна быть сумма  $X$ , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

### 3. НЕ ИЗВЕСТЕН СРОК КРЕДИТОВАНИЯ.

15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,2 млн. рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го января каждого года долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- выплата части долга происходит в январе каждого года равными суммами после начисления процентов.

На какое минимальное количество лет возможно взять кредит, чтобы ежегодные выплаты составляли не более 330 тысяч рублей?

### 4. НЕ ИЗВЕСТНА СУММА КРЕДИТА.

31 декабря 2017 года Василий взял в банке некоторую сумму в кредит под 11% годовых. Схема выплаты кредита следующая-

31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 11%), затем Василий переводит в банк 3 696 300 рублей.

- Какую сумму взял Василий в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

## **Раздел 3. «Задачи на дифференцированные платежи по кредитам»**

Образец задания

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы: – 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

2. 15-го января планируется взять кредит в банке на 25 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 13% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

## **Раздел 4. «Задачи на смешанное погашение кредита»**

Образец задания, решение «по- детски»

*Задача (12). «По-детски».*

► 15-го января планируется взять кредит в банке на 14 месяцев. Условия его возврата таковы:

1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;

со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 15% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

## Решение

Если  $X$  – сумма кредита,  $q$  – множитель роста кредита,  $a_i$  – величина  $i$ -го платежа, то несложно восстановить картину осуществления возврата кредита:

$$\begin{aligned} & qX - a_1 \\ & q^2X - qa_1 - a_2 \\ & q^3X - q^2a_1 - qa_2 - a_3 \\ & \quad \quad \quad \vdots \\ & q^{14}X - (q^{13}a_1 + q^{12}a_2 + \dots + a_{14}) = 0. \end{aligned}$$

В левой части последнего уравнения записана разность величины долга за 14 месяцев и суммы всех платежей.

По условию задачи, сумма выплат после полного погашения на 15% больше суммы, взятой в кредит. Получим уравнение:

$$q^{14}X = 1,15X, \quad q = \sqrt[14]{1,15}, \quad r = \left( \sqrt[14]{1,15} - 1 \right) \cdot 100.$$

**Ответ:**  $\left( \sqrt[14]{1,15} - 1 \right) \cdot 100$ . ◀

*Задача (12). «По-взрослому»*

► 15-го января планируется взять кредит в банке на 14 месяцев. Условия его возврата таковы: 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца; со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 15% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

**Решение**

Долг на 15-е число предыдущего месяца отличается от долга за 15-е число текущего месяца на одно и то же число на протяжении 14 месяцев – величины долгов образуют убывающую арифметическую прогрессию (потому что в конце долг стал равен нулю).

Итак, если  $X$  – величина взятого кредита,  $q$  – множитель роста кредита,  $a_i$  – величина  $i$ -го платежа,  $d$  – знаменатель прогрессии, то величины долгов можно записать в виде членов арифметической прогрессии:

$$\begin{aligned} b_1 = X, \quad b_2 = X - d, \quad b_3 = X - 2d, \quad \dots, \quad b_{15} = X - 14d = 0; \\ d = \frac{1}{14}X. \end{aligned}$$

С другой стороны, можно записать величину долга после первого платежа в банковских терминах:

$$X - d = qX - a_1, \quad a_1 = X \left( q - \frac{13}{14} \right).$$

Аналогично выразим величину второго платежа:

$$X - 2d = q^2X - qa_1 - a_2, \quad a_2 = X - \frac{2}{14}X + q^2X - q^2X + \frac{13}{14}qX = X\left(\frac{13}{14}q - \frac{12}{14}\right).$$

$$a_3 = X\left(\frac{12}{14}q - \frac{11}{14}\right), \quad a_4 = X\left(\frac{11}{14}q - \frac{10}{14}\right), \quad \dots, \quad a_{14} = X\left(\frac{1}{14}q - 0\right), \quad a_{15} = 0.$$

Просуммируем величины всех выплат:

$$A = a_1 + a_2 + \dots + a_{14} = X\left(\frac{1+14}{2} \cdot \frac{14}{14}q - \frac{1+13}{2} \cdot \frac{13}{14}\right) = X(7,5q - 6,5).$$

Согласно условию, общая сумма выплат на 15% больше суммы кредита.

$$A = 1,15X, \quad 1,15 = 7,5q - 6,5, \quad q = \frac{7,65}{7,5} = 1,02, \quad r\% = 2\%.$$

**Ответ: 2. ◀**

**ЛИТЕРАТУРА** разрешенные сайты интернета

1. **Джэндубаев, Э.А.-З.** / Невероятное методическое пособие по математике для решения задачи 19 профильного ЕГЭ-2015 / Открытый доступ: <http://4ege.ru/matematika/6235-reshenie-zadaniy-19-po-matematike-profilnyu-uroven.html>
2. Подборки экономических задач **Бузулина Т.И.** Сайт математического сообщества ВГАПО
3. ФИПИ.РУ задания ЕГЭ № 17
4. <https://4ege.ru/gia-matematika/58893-trenirovochnye-varianty-ege-2020-po-matematike.html>