

Муниципальное бюджетное образовательное учреждение
Иловлинская средняя общеобразовательная школа № 2
Иловлинского района Волгоградской области

Рассмотрено
На заседании методического объединения
Протокол № 1 от 28.08.2020 года
Руководитель МО Глазкова Т.П. Глазкова Т.П.



Утверждено
Директор школы Канищева В.И.
«28» август 2020 года
Приказ № 258 от «28» 08. 2020 г.

Согласовано
зам. директора по УВР
Исаева В.В.

ПРОГРАММА

элективного курса по математике
для учащихся 11 классов средней школы в рамках
подготовки к ЕГЭ

Финансовая математика на ЕГЭ

Разработчик: учитель математики
высшей квалификационной категории
МБОУ Иловлинской СОШ № 2
Глазкова Таиса Петровна

Всего аудиторных занятий: 17 часов
В том числе практических -- 15 часов
Формы контроля: самооценка, взаимооценка, тестирование, защита решения

Июля 2020

Цель курса:

Создать условия для формирования и развития у учащихся повышенной математической подготовки, достаточной для активного использования знаний модулей «Алгебра», «Геометрия», «Арифметика» во время экзамена по математике и дальнейшего обучения. Повысить вероятность получения более высокого балла при сдаче экзамена по математике в форме ЕГЭ.

Задачи:

1. Расширить и углубить математические знания учащихся по решению задач экономического содержания, не входящих в УМК выпускника средней школы. Изучить возможные способы и алгоритмы решения заданий указанной направленности.
2. Сформировать навык решения экономических задач различных типов различными способами. Расширить спектр решаемых задач.
3. Помочь ученику в выборе профиля дальнейшего образования, дать возможность проявить себя в математике и добиться успеха. Раскрыть перед учеником красоту и стройность изложения научных познаний. Помочь преодолеть психологический барьер, не дающий разглядеть за сухими правилами и формами «скучной и трудной науки» живое содержание и разнообразие идей. Психологически подготовить учащегося к сдаче ЕГЭ
4. Воспитать потребность заниматься учебной деятельностью.

Предполагаемый результат:

- развитие математических и коммуникативных умений,
- личностного роста и профессионального самоопределения,
- выбор профиля обучения в высшей школе,
- социализация учащихся.

Учащиеся после окончания изучения курса должны:

- уметь правильно применять изученную терминологию, владеть широким спектром приемов и способов рассуждений;
- иметь представление об области применения математических знаний, полученных на элективном курсе;
- уметь определять тип задания и правильно применять выбранный алгоритм решения;
- владеть практическими навыками применения математических знаний при решении конкретных задач, уверенно владеть формально-оперативным математическим аппаратом;
- уметь уверенно решить практико - ориентированные задачи, включающие в себя знания из разных тем курса;
- уметь математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

При изучении данного курса предполагаются следующие **формы и методы работы с учащимися**: фронтальная работа по актуализации знаний учащихся, лекция, мозговой штурм и эвристическая беседа занятий по формированию новых алгоритмов и способов решения, занятия в группах малого состава, коммуникативные методы (обсуждение, дискуссия, круглый стол, генерация идей), индивидуальные консультации, выполнение тренировочных, проверочных, исследовательских и творческих заданий. Проектная деятельность.

Пояснительная записка

Впервые экономические задачи на ЕГЭ появились в 2015 году. Следует сказать, что экономической её сначала называли не все, даже в демоверсии 2015 года есть формулировка "с экономическим содержанием". В 2015 году эта задача была под номером 19, с 2016 года, задача обрела номер 17. Максимальный балл, возможный за решение данных задач – это 3, допущенная вычислительная ошибка снизит результат до 2-х баллов.

Приоритетными направлениями познавательной деятельности учебного процесса стали:

- системно-деятельностный подход;
- переход от изучения теоретических терминов к практическому применению решения задач;
- развитие метапредметных связей;
- умение пользоваться справочной информацией;
- эффективная работа с информацией.

Курс «Финансовая математика» предполагает решение четырёх типов задач:

- Задачи на погашение кредита по таблице;
- Задачи на аннуитентные платежи по кредитам;
- Задачи на дифференцированные платежи по кредитам;
- Задачи на смешанное погашение кредита

При решении задач такого типа очень важно внимательно прочитать условие, не упустив важные факты и суть поставленного вопроса, применять известные формулы, составлять буквенные выражения, отражающие финансовые процессы, проводить преобразования полученных выражений, уметь решать задачи в общем виде.

Элективный курс для подготовки учащихся 11-х классов к успешной сдаче ЕГЭ посвящен одной из важных проблем профильного уровня выпускника средней школы – решение практико – ориентированных задач экзамена, большая часть которых отсутствует в учебнике.

Широко применяется метод аналогии и сравнительного анализа. При направляющей роли учителя школьники могут самостоятельно сформулировать новые для них свойства и способы решения. Организация учебных занятий располагает к самостоятельному поиску решений и повышению интереса к изучению предмета. Групповые формы работы с учебной литературой, разработка проектов одной задачи, способствуют развитию коммуникативных способов решения поставленных учебных задач. Целесообразно проводить 2-х часовые занятия, предоставляя возможность учащимся осмысливать новые условия учебной деятельности и алгоритмы решения, развивать математическую интуицию и получать удовольствие от творческого решения.

Программа содержит четыре блока задач, связанных единой идеей ЕГЭ, в тоже время они построены по модульному принципу. Педагог, в зависимости от уровня математической подготовки группы и их образовательных потребностей, может использовать все блоки или любые из четырёх предложенных в той или иной мере.

Задания каждого блока направлены на формирование, развитие и проверку таких качеств математической подготовки выпускников, как:

- уверенное владение формально-оперативным математическим аппаратом;
- умение решить комплексную задачу, включающую в себя знания из разных тем курса математики;
- умение математически грамотно и ясно записать решение, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования;
- владение широким спектром приемов и способов рассуждений.

Практика показывает, что с большей пользой проходят занятия «общения», на которых еще раз разбираются важные, применяемые способы решения, изученные на предыдущих занятиях. На таких уроках каждый ученик побывает в роли учителя и ученика и оценит свой ответ и ответ соседа по группе.

Учебно-тематический план элективного курса «Финансовая математика на ЕГЭ»

№ п. п	Наименование темы	Кол-во часов			В том числе			Форма контро ля
		всего	теория	практик	семинар	практик	Защита решений	
1.	Раздел 1. Задачи на погашение кредита по таблице Табличное задание долга или условий начисления процентов (Дата, долг (в процентах от кредита))	3		3		2	1	Взаимо оценка учащи хся
2.	Раздел 2. «Задачи на аннуитетные платежи по кредитам» 1. Не известна процентная ставка 2. Не известна сумма платежа 3. Не известен срок кредитования 4. Не известна сумма кредита	4	1	3	1	2	1	Взаимо оценка учащи хся
3.	Раздел 3. «Задачи на дифференцированные платежи по кредитам» Известна сумма кредита. Условие первого дня (месяца, года), второго дня (месяца, года), полного дня (месяца, года)	4	0,5	3,5	0,5	2,5	1	Взаимо оценка учащи хся
4.	Раздел 4. «Задачи на смешанное погашение кредита» Решение задач «по-детски», «по-взрослому»	4	0,5	3,5	0,5	2,5	1	Взаимо оценка учащих ся
5.	Решение вариантов ЕГЭ	2		2		2		Письме нная проверк а знаний
Итого		17	2	15	2	11	4	

Содержание программы.

Раздел 1. Задачи на погашение кредита по таблице

Примеры задач табличного задания долга или условий начисления процентов

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r – целое число;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0

Найдите наименьшее значение r , при котором общая сумма выплат будет больше 1,2 млн рублей.

2. 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r – целое число;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
 - 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

Раздел 2. «Задачи на аннуитетные платежи по кредитам»

Образцы задач

1. НЕ ИЗВЕСТНА ПРОЦЕНТНАЯ СТАВКА.

31 декабря 2017 года Родион взял в банке некоторую сумму в кредит под некоторый процент годовых. Схема выплаты кредита следующая-

31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на a %), затем Родион переводит очередной транш. Если он будет платить каждый год по 1 464 100 рублей, то выплатит долг за 4 года. Если по 2 674 100 рублей, то за 2 года. Под какой процент Родион взял кредит в банке?

2. НЕ ИЗВЕСТНА СУММА ПЛАТЕЖА.

31 декабря 2017 года Алексей взял в банке 6 902 000 рублей в кредит под 12,5% процент годовых. Схема выплаты кредита следующая-31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 12,5 %), затем, Алексей переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Алексей выплатил долг четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

3. НЕ ИЗВЕСТЕН СРОК КРЕДИТОВАНИЯ.

15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,2 млн. рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го января каждого года долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- выплата части долга происходит в январе каждого года равными суммами после начисления процентов.

На какое минимальное количество лет возможно взять кредит, чтобы ежегодные выплаты составляли не более 330 тысяч рублей?

4. НЕ ИЗВЕСТНА СУММА КРЕДИТА.

31 декабря 2017 года Василий взял в банке некоторую сумму в кредит под 11% годовых. Схема выплаты кредита следующая-

31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 11%), затем Василий переводит в банк 3 696 300 рублей.

- Какую сумму взял Василий в банке, если он выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

Раздел 3. «Задачи на дифференцированные платежи по кредитам»

Образец задания

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:
– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

2. 15-го января планируется взять кредит в банке на 25 месяцев. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 13% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

Раздел 4. «Задачи на смешанное погашение кредита»

Образец задания, решение «по- детски»

Задача (12). «По-детски».

► 15-го января планируется взять кредит в банке на 14 месяцев. Условия его возврата таковы:

1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 15% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

Решение

Если X – сумма кредита, q – множитель роста кредита, a_i – величина i -го платежа, то несложно восстановить картину осуществления возврата кредита:

$$\begin{aligned} & qX - a_1 \\ & q^2X - qa_1 - a_2 \\ & q^3X - q^2a_1 - qa_2 - a_3 \\ & \dots \\ & q^{14}X - (q^{13}a_1 + q^{12}a_2 + \dots + a_{14}) = 0. \end{aligned}$$

В левой части последнего уравнения записана разность величины долга за 14 месяцев и суммы всех платежей.

По условию задачи, сумма выплат после полного погашения на 15% больше суммы, взятой в кредит. Получим уравнение:

$$q^{14}X = 1,15X, \quad q = \sqrt[14]{1,15}, \quad r = \left(\sqrt[14]{1,15} - 1 \right) \cdot 100.$$

Ответ: $\left(\sqrt[14]{1,15} - 1 \right) \cdot 100$. ◀

Задача (12). «По-взрослому»

► 15-го января планируется взять кредит в банке на 14 месяцев. Условия его возврата таковы: 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца; со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 15% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

Решение

Долг на 15-е число предыдущего месяца отличается от долга за 15-е число текущего месяца на одно и то же число на протяжении 14 месяцев – величины долгов образуют убывающую арифметическую прогрессию (потому что в конце долг стал равен нулю).

Итак, если X – величина взятого кредита, q – множитель роста кредита, a_i – величина i -го платежа, d – знаменатель прогрессии, то величины долгов можно записать в виде членов арифметической прогрессии:

$$\begin{aligned} b_1 = X, \quad b_2 = X - d, \quad b_3 = X - 2d, \quad \dots, \quad b_{15} = X - 14d = 0; \\ d = \frac{1}{14}X. \end{aligned}$$

С другой стороны, можно записать величину долга после первого платежа в банковских терминах:

$$X - d = qX - a_1, \quad a_1 = X \left(q - \frac{13}{14} \right).$$

9

Аналогично выразим величину второго платежа:

$$X - 2d = q^2X - qa_1 - a_2, \quad a_2 = X - \frac{2}{14}X + q^2X - q^2X + \frac{13}{14}qX = X\left(\frac{13}{14}q - \frac{12}{14}\right).$$

$$a_3 = X\left(\frac{12}{14}q - \frac{11}{14}\right), \quad a_4 = X\left(\frac{11}{14}q - \frac{10}{14}\right), \quad \dots, \quad a_{14} = X\left(\frac{1}{14}q - 0\right), \quad a_{15} = 0.$$

Просуммируем величины всех выплат:

$$A = a_1 + a_2 + \dots + a_{14} = X\left(\frac{1+14}{2} \cdot \frac{14}{14}q - \frac{1+13}{2} \cdot \frac{13}{14}\right) = X(7,5q - 6,5).$$

Согласно условию, общая сумма выплат на 15% больше суммы кредита.

$$A = 1,15X, \quad 1,15 = 7,5q - 6,5, \quad q = \frac{7,65}{7,5} = 1,02, \quad r\% = 2\%.$$

Ответ: 2. ◀

ЛИТЕРАТУРА разрешенные сайты интернета

1. **Джэндубаев, Э.А.-З.** / Невероятное методическое пособие по математике для решения задачи 19 профильного ЕГЭ-2015 / Открытый доступ: <http://4ege.ru/matematika/6235-reshenie-zadaniy-19-po-matematike-profilnyu-uroven.html>
2. Подборки экономических задач **Бузулина Т.И.** Сайт математического сообщества ВГАПО
3. ФИПИ.РУ задания ЕГЭ № 17
4. <https://4ege.ru/gia-matematika/58893-trenirovochnye-varianty-ege-2020-po-matematike.html>